Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение заданий варианта КИМ по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания B1–B10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания B11–B15 и C1–C6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий B1–B15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий C1–C6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, как они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

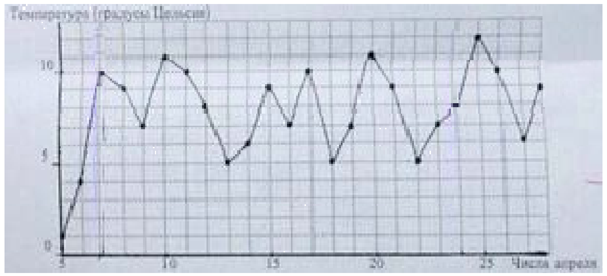
Часть 1

Ответом к заданиям этой части (B1–B10) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

B1. В летнем лагере 310 детей и 28 воспитателей. В автобус помещается не более 40 пассажиров. Какое наименьшее число автобусов требуется заказать, чтобы перевести всех детей и воспитателей из лагеря в город?

B2. В старинной книге полезных советов «Домострой» имеется рецепт десерта Шарлотка. Для приготовления Шарлотки следует взять 12 фунтов яблок. Сколько килограммов яблок надо взять хозяйке для приготовления Шарлотки? Считайте. Что 1 фунт равен 400 грамм.

B3. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Сочи каждый день с 5 по 28 апреля 1998 года. На оси абсцисс отмечены дни, на оси ординат – температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку наибольшую среднесуточную температуру воздуха в Сочи в период с 7 по 24 апреля.

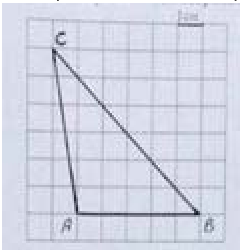


B4. Для группы иностранных гостей требуется купить 30 путеводителей. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Цена путеводителя и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Интернет-магазин	Цена одного путеводителя (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	255	350	Нет
Б	270	300	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 8000 р.
В	245	450	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 7500 р.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант покупки с доставкой?

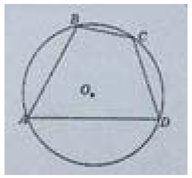
B5. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см x 1 см изображен треугольник АВС. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне АВ (в сантиметрах).



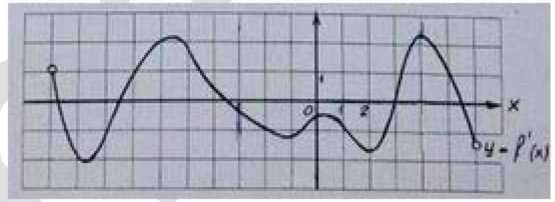
B6. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 49 шахматистов среди которых 7 участников из России, в том числе Иван Котов. Найдите вероятность того, что в первом туре Иван Котов будет играть с каким-либо шахматистом из России.

B7. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+2}=5^{x+5}$

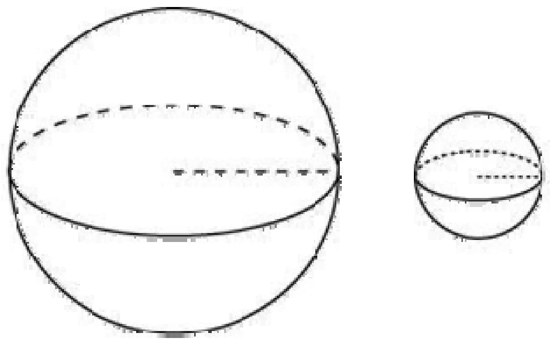
B8. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 65^0 и 41^0. Найдите больший из оставшихся углов этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



B9. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ - производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10;6)$. В какой точке отрезка $[-3;4]$ функция $y=f(x)$ принимает наименьшее значение?



B10. Даны два шара. Диаметр первого шара в 8 раз больше диаметра второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?



Часть 2

Ответом к заданиям этой части (B11–B15) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

B11. Найдите значение выражения $\sqrt{72}-\sqrt{288}\sin^2\frac{21\pi}{8}$

B12. Гоночный автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч^2. Скорость v в конце пути вычисляется по формуле $v=\sqrt{2la}$, где l - пройденный автомобилем путь. Определите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль чтобы, проехав 250 метров, приобрести скорость 60 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

B13. Диагональ куба равна $\sqrt{48}$. Найдите объем куба.

B14. Имеется два раствора. Первый содержит 10% соли, второй – 30% соли. Из этих двух растворов получили третий раствор массой 200 кг, содержащий 25% соли. На сколько килограммов масса первого раствора меньше массы второго?

B15. Найдите точку максимума функции $y=2\ln(x+4)^3-8x-19$

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Дано уравнение $\cos x+\sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\frac{x}{2}\right)+1=0$

а) Решите уравнение .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-4\pi;-\frac{5\pi}{2}\right]$

С2. В правильной треугольной пирамиде MABC с основанием ABC сторона основания равна 8, а боковое ребро равно 16. На ребре AC находится точка D, на ребре AB находится точка E, а на ребре AM – точка L. Известно, что CD=BE=LM=4. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E, D, L

С3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases}\log_{11-x}(x+7)\cdot\log_{x+5}(9-x)\le 0\\ 64^{x^2-3x+20}-0{,}125^{2x^2-6x-200}\le 0\end{cases}$$

С4. Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H.

а) Докажите, что $\angle AHB_1=\angle ACB$

б) Найдите BC, если $AH=21$ и $\angle BAC=30^0$

С5. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\left(\log_8(x+a)-\log_8(x-a)\right)^2-12a\left(\log_8(x+a)-\log_8(x-a)\right)+35a^2-6a-9=0$$

имеет ровно два решения

С6. Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценки – целое число баллов от 0 до 12 включительно. Известно, что все эксперты выставили различные оценки. По старой системе оценивания рейтинг фильма определяется как среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и считается среднее арифметическое пяти оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, быть равна $\frac{1}{25}$?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, быть равна $\frac{1}{35}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.

Приложение.

Другие типы заданий части С

С1.1. а) Решите уравнение $2\cos^2 x-5\cos\left(-\frac{3\pi}{2}-x\right)+1=0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$

С1.2. а) Решите уравнение $\sin\left(2x-\frac{7\pi}{2}\right)+\sin\left(\frac{3\pi}{2}-8x\right)+\cos 6x=1$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

С1.3. а) Решите уравнение $\frac{2}{tg^2 x+1}=\sin 2x$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$

С1.4. а) Решите уравнение $\cos^2 x+\sin x\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)=1$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$

С1.5. а) Решите уравнение $2\sin^2 x+\sqrt{2}\sin x-10\sin x-5\sqrt{2}=0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

С2.1 Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 4, а боковое ребро 6. Через середины двух смежных сторон основания проведено сечение параллельно пересекающему их боковому ребру. Найдите площадь сечения.

С2.2 Сторона основания правильной треугольной пирамиды SABC равна 9, а боковое ребро 12. На ребре основания AC находится точка L, на ребре основания AB – точка M, а на боковом ребре AS – точка K. Известно, что CL=BM=SK=3. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки L, M и K.

С2.3 В основании пирамиды SABCD лежит ромб ABCD, сторона которого равна 12, а диагональ BD=6. Высота пирамиды SO проходит через точку пересечения диагоналей ромба и равна $3\sqrt{13}$. Точки E и F лежат на ребрах AD и AB соответственно, причем AE=4, FB=8. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, параллельной ребру SC и проходящей через точки E и F.

С2.4 Через сторону AB основания ABC правильной треугольной пирамиды PABC проведена плоскость, перпендикулярная ребру PC. Найдите площадь сечения, если сторона основания 8, а боковое ребро 16.

С2.5 В основании треугольной пирамиды SABC лежит прямоугольный треугольник ABC. Середина D гипотенузы AB этого треугольника является основанием высоты SD данной пирамиды. Известно, что SD=2, AC=4, BC=3. Через середину высоты SD проведено сечение пирамиды плоскостью, параллельной ребрам AC и SB. Найдите площадь этого сечения.

С3.1 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases}2^x+16\cdot 2^{-x}\ge 17\\ 2\log_9(4x^2+1)\le\log_3(3x^2+4x+1)\end{cases}$$

С3.2 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases}\log_{7-x}(x+2)\le\log_{7-x}(3-x)\\ 32\cdot 9^x\le 60\cdot 3^x-7\end{cases}$$

С3.3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{3+x}(x-3)\cdot\log_{6-x}(x+4)\le 0 \\ 4^{2x^2-5x+3}-0{,}25^{-x^2-6x+25}\le 0 \end{cases}$$

С3.4 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{2-x}(x+2)\cdot\log_{x+3}(3-x)\le 0 \\ 2^{x^2+3}-8^{x+1}\ge 0 \end{cases}$$

С3.5 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x-2^{x+8}\le 257 \\ 2\log_{x+7}\left(\dfrac{x^2-x-56}{x}\right)^2+\log_{x+7}\dfrac{x-8}{x}\le 9 \end{cases}$$

С5.1 Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$(\log_7(2x+2a)-\log_7(2x-2a))^2-8a(\log_7(2x+2a)-\log_7(2x-2a))+12a^2+8a-4=0$$

имеет ровно два решения

С5.2 Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$(|x-2|+|x+a|)^2-7(|x-2|+|x+a|)-4a\cdot(4a-7)=0$$

имеет ровно два решения

С5.3 Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$(x^2-4ax+a(4a-1))^2-3(x^2-4ax+a(4a-1))-|a|(|a|-3)=0$$

имеет более двух корней