C2. Определите все целые значения параметра a, для которых уравнение $\frac{1}{\log_2 x} - \frac{\log_x 8}{3^{|x-2a|}} = 0$ имеет ровно один корень.

Часть 3

C3. Найдите все значения параметра p, при которых система уравнений $\begin{cases} \frac{p+x-x^2}{1-x+x^2} = \frac{1}{y}, \\ (1-y^2)\cdot 5^{\log_5 \frac{1-y}{1+y}} = y^2-2y+1 \end{cases}$ не имеет решений.

C4. Основанием пирамиды $SABC$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C и катетом AC, равным 8. Радиус её описанной сферы равен R, а длина ребра SA равна 5. Медиана SH треугольника ASB является также высотой пирамиды. При каком значении параметра R объём пирамиды $SABC$ принимает максимальное значение?

C5. Найдите наименьшее значение параметра a, при котором система уравнений

$$\begin{cases} x^2(1+\sqrt{a}-a\sqrt{a+1})+(3^a-a)y^2 = 1-a^3, \\ 5^{\log_5 \frac{x}{2+x}} = \frac{\cos y}{x+2} \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

Вариант №5

Часть 1

A1. При каких значениях параметра a значение выражения $(9a)^{\frac{3}{2}}$ равно 27?

1) 1 2) $\sqrt{3}$ 3) 3 4) $\sqrt[3]{9}$

A2. Укажите все значения параметра b, при которых значение выражения $\frac{2\sqrt{12}}{\sqrt[4]{9b}}$ равно 2.

1) 0,625 2) 1 3) $\sqrt[4]{2}$ 4) 16

A3. При каких значениях параметра p значение выражения $\log_4 p - \log_4 5$ равно 3?

1) 69 2) 12,8 3) 59 4) 320

A4. Найдите все значения параметра a, при которых график функции $y = ax + 2a - 3$ возрастает на отрезке $[0;1]$.

1) $[0;+\infty)$ 2) $(0;+\infty)$ 3) 0 4) $(-\infty;0]$

A5. При каких значениях параметра a производной функции $y = 2ae^x + x\cdot e^x$ является функция $y = 7e^x + x\cdot e^x$?

1) 2 2) 3,5 3) 3 4) 7

A6. Найдите все значения параметра m, при которых множеством значений функции $y = \sqrt{x+m} - 2m$ является промежуток $[2;+\infty)$.

1) −1 2) −2 3) 1 4) 2

A7. При каких значениях параметра c множеством решений неравенства $\log_c x > 1{,}5$ является промежуток $\left(0;\frac{1}{8}\right)$?

1) 0,5 2) 0,25 3) 2 4) 4

A8. График функции $y = f(x)$, определенной на отрезке $[-4;5]$, изображен на рис. 101. Найдите все значения параметра k, при которых множеством решений неравенства $f(x) > kx$ является промежуток $[-4;4)$.

1) 4 2) 3 3) $\frac{4}{3}$ 4) $\frac{3}{4}$

A9. При каких значениях параметра a областью определения функции $y = \sqrt{a\cdot 2^x - 12}$ является промежуток $[1;+\infty)$?

1) 1 2) 3 3) 6 4) 12

A10. При каком значении параметра p решением уравнения

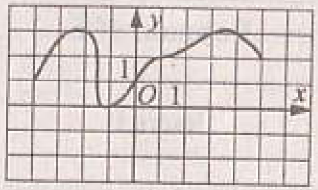

Рис. 101.

$\dfrac{2x+3}{x-p} = 3$ является $x = 0$?

1) -1 2) 0 3) 1 4) 3

B1. Найдите значение параметра a, при котором число $x = 2$ является корнем уравнения $5^{3a+x} - a \cdot 5^{3a} + x = 2$.

B2. При каких значениях параметра y решением уравнения $x \log_7 y - 3 \log_3 x = \log_7 8$ является $x = 3$?

B3. Найдите все значения параметра a, при которых $\log_5 ax = 1$, если $\log_{0,2} x = 2$.

Часть 2

B4. Значение выражения $3^{x_0} \cdot 2^{y_0}$ равно 4, где $(x_0; y_0)$ — решение системы $\begin{cases} 3^x - 2^y = a, \\ 6 \cdot 2^y - 3^x = 10. \end{cases}$ Найдите a. (Если искомых значений параметра a несколько, то в ответе запишите их сумму.)

B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-2; 5)$. На рис. 102 изображен график ее производной. Найдите все значения параметра a, при которых тангенс угла касательной к графику функции $y = af(x) + 3$ в точке 3 с положительным направлением оси абсцисс равен 6.

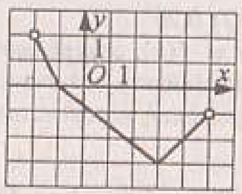

Рис. 102.

B6. При каком значении параметра p значение выражения $\dfrac{7\cos 39° \cdot \sin^p 141° (1 - \cos 78°)}{\operatorname{ctg} 219° \cdot \cos 51°}$ равно 14?

B7. Найдите все значения параметра a, при которых $x = 3$ является решением уравнения $x^{2a-5} + 1 = x + \sqrt{16 - 5 \cdot x^{2a-5}}$.

B8. Функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. На рис. 103 изображен график этой функции при $-5 \leqslant x \leqslant 0$. Найдите наименьшее положительное значение параметра a, при котором значение выражения $\dfrac{f(1)}{f(a+7) \cdot f(3)}$ равно 2.

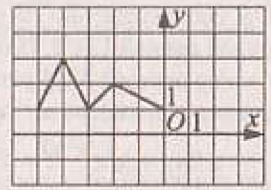

Рис. 103.

B9. Пешеход идет вдоль дороги. Мимо него проезжают попутные автобусы с интервалом a минут, а встречные — с интервалом $a - 2$ минуты. Найдите значение параметра a, если известно, что скорость автобуса в десять раз больше скорости пешехода, а интервалы движения автобусов в попутном и встречном направлениях одинаковы.

B10. Сторона основания $ABCD$ правильной четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна $15\sqrt{2}$, а боковое ребро — a. Найдите значение параметра a, при котором расстояние от вершины B до плоскости AB_1C равно 12.

B11. Дан параллелограмм $ABCD$, сторона AB которого в 4 раза короче стороны BC. На стороне AD выбрана точка M так, что $\angle DCM = \angle BCA$. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна S. Найдите значение параметра S, при котором площадь треугольника ACM равна 7,5.

C1. Найдите все значения параметра a, при которых наибольшим значением функции $f(x) = 18\cos^2 x - 3\sin^4 x - 8\cos^4 x - a$ является число 1.

C2. Определите все целые значения параметра a, для которых уравнение $\dfrac{2}{\log_x 7} - \dfrac{\log_7 x}{\log_4 |x - a|} = 0$ имеет ровно один корень.

Часть 3

С3. При каком наименьшем значении параметра a любое решение неравенства $0{,}3^x > 1$ является также решением неравенства $x^4 - \frac{a}{x} \geqslant 80$?

С4. Шар с центром в точке O радиусом R касается боковых граней ABS, ADS и плоскости основания пирамиды $SABCD$ с вершиной S. При этом $AO = CO$. K, M — точки касания этого шара с гранями ABS и ADS соответственно. В основании пирамиды лежит квадрат со стороной равной $12\sqrt{2}$. Найдите значение параметра R, при котором длина отрезка KM равна 8.

С5. Найдите все значения параметра a, при которых система уравнений $\begin{cases} \dfrac{a^2x^3}{y(\sqrt{2}+1)} + 2ay + \sqrt{x-2} = 2\sqrt{2} - 3, \\ y^3 + (1-\sqrt{2})y^2x + y = \dfrac{x}{\sqrt{2}+1} \end{cases}$

имеет решение.

Вариант №6

Часть 1

А1. При каких значениях параметра a значение выражения $-21a + \left(3a^{\frac{1}{3}}\right)^3$ равно 12?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 27

А2. Найдите все значения параметра a, при которых значение выражения $\dfrac{\sqrt{2a}\cdot\sqrt[7]{a^5}}{\sqrt[15]{a^2}}$ равно $\sqrt{2}$.

1) 0,5 2) 1 3) $\sqrt{2}$ 4) 2

А3. Найдите все значения параметра p, при которых выражение $\log_p 4 + \log_p 8$ принимает значение 2,5.

1) $\sqrt{2}$ 2) 2 3) 4 4) 8

А4. Укажите все значения параметра k, при которых график функции $y = kx$ имеет ровно одну общую точку с осью абсцисс.

1) $(0; +\infty)$ 2) $(-\infty; 0]$
3) $(-\infty; +\infty)$ 4) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

А5. Найдите все значения параметра a, при которых производной функции $y = a^5x^2$ является функция $y = 10a^4x$.

1) 0 2) $\{0; 5\}$ 3) 5 4) 10

А6. Найдите все положительные значения параметра s, при которых множеством значений функции $y = \dfrac{5}{x^2 + s}$ является промежуток $(0; 2{,}5]$.

1) 0,5 2) 1 3) 2 4) 5

А7. При каких значениях параметра b множеством решений неравенства $\dfrac{(x-b)(x+5)}{x-3} > 0$ является промежуток $(3; +\infty)$?

1) -5 2) -3 3) 3 4) 5

А8. График функции $y = f(x)$, определенной на отрезке $[-6; 4]$, изображен на рис. 104. Найдите наибольшее целое значение параметра a, при котором неравенство $f(x-a) > 0$ выполнено при всех положительных x из области определения функции $y = f(x-a)$.

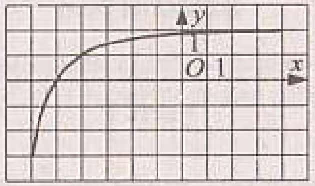

Рис. 104.

1) 4 2) 1 3) −5 4) 5

A9. При каких значениях параметра a областью определения функции $y = 2\sqrt{(x-a)(2x+6)}$ является промежуток $(-\infty; +\infty)$?

1) −6 2) −3 3) 3 4) 6

A10. При каком значении параметра m решением уравнения $\dfrac{x+m}{x-2m} = 7$ является $x = 5$?

1) −2 2) 0 3) 2 4) 7

B1. Найдите все значения параметра a, при которых значение $x = 1$ является корнем уравнения $15 \cdot a \cdot 3^{2a-x} - 5 \cdot 3^{2a} + x = 1$.

B2. При каких значениях параметра y решением уравнения $\sqrt{xy + x + y} + x = 0$ является $x = -2$?

B3. При каких значениях параметра p значение выражения $p^{\cos 2x}$ равно 3, если $\sin x = -0{,}5$?

Часть 2

B4. Значение выражения $ax_0 + y_0$ равно 3, где $(x_0; y_0)$ — решение системы $\begin{cases} 2ax - \sqrt{3x + y - 12} = 12, \\ x - 2y = 11. \end{cases}$ Найдите a.

B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-4; 4)$. На рис. 105 изображен график ее производной. Найдите все значения параметра a, при которых тангенс угла касательной к графику функции $y = f(x) + ax$ в точке −1 с положительным направлением оси абсцисс равен −1.

B6. Найдите все значения параметра m, при которых значение выражения $\left[\log_3(5 \cdot 6^{0,7}) - \log_9(2 \cdot 6^{0,4})\right] \cdot \log_m 9$ равно 1.

B7. Найдите все значения a, при которых $x = 16$ является решением уравнения $16 \cdot x^{5a} + 13 = x + \sqrt{13 - 3 \cdot x^{-5a}}$.

B8. Функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 8. На рис. 106 изображен гра-

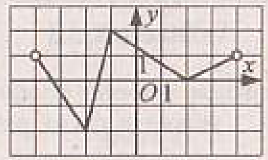

Рис. 105.

фик этой функции при $-2 \leqslant x \leqslant 6$. Найдите наименьшее положительное значение параметра a, при котором значение выражения $f(a+1)f(a+7)$ равно 1.

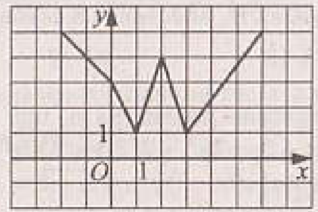

Рис. 106.

B9. Все ученики 11А класса вместе весят 1500 кг, общий вес мальчиков на m кг больше общего веса девочек. При каком наибольшем значении параметра m все мальчики смогут подняться в лифте грузоподъемностью 900 кг?

B10. Сторона основания $ABCD$ правильной четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна $a\sqrt{2}$, а боковое ребро — $\dfrac{4}{3}a$. Найдите значение параметра a, при котором расстояние от вершины B до плоскости AB_1C равно 12.

B11. Площадь ромба равна $\dfrac{2}{3}a^2$, а одна из его диагоналей — a. Найдите значение параметра a, при котором высота ромба равна 4.

C1. Найдите все значения параметра k, при которых наименьшим значением функции $f(x) = 3\sin^4 2x - 4\sin^3 2x - 12\sin^2 2x + k$ является число 5.

C2. Определите все значения параметра a, для которых уравнение $\dfrac{2}{\log_x 64} = \dfrac{135 \log_{32} x}{(x-a)^4}$ не имеет корней.