C1 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 9^{\operatorname{tg} x}+5\cdot 3^{\operatorname{tg} x}-6=0, \\ 4^{3y+1}-2\cos x=0. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое уравнение, сделав замену $3^{\operatorname{tg} x}=t$. Получим $t^2+5t-6=0$, откуда $t=1$ или $t=-6$.

Уравнение $3^{\operatorname{tg} x}=-6$ корней не имеет.

$3^{\operatorname{tg} x}=1$, $\operatorname{tg} x=0$, откуда $\cos x=1$ или $\cos x=-1$.

Если $\cos x=-1$, то из второго уравнения получаем: $4^{3y+1}=-2$. Решений **нет.**

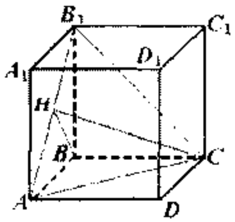
Если $\cos x=1$, то из второго уравнения получаем: $4^{3y+1}=2$; $y=-\dfrac{1}{6}$.

Ответ: $\left(2\pi n; -\dfrac{1}{6}\right)$, $n\in Z$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак выражения cos*x*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

C2 Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите тангенс угла между плоскостями AB_1C и DCC_1.

Решение.



Рассмотрим плоскость ABB_1 параллельную плоскости DCC_1.

Плоскости ABB_1 и AB_1C пересекаются по прямой AB_1. В плоскости AB_1C проведем CH перпендикулярно прямой AB_1. Поскольку прямая BH является проекцией прямой CH на плоскость ABB_1, прямая BH перпендикулярна прямой AB_1. Следовательно, CHB – искомый угол.

Если ребро куба a, то $HB=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ как половина диагонали квадрата.

Из прямоугольного треугольника CHB: $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{CB}{BH}$, откуда $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}a}=\sqrt{2}$.

Ответ: $\sqrt{2}$.

Критерии оценивания выполнения заданий с развернутым ответом Вариант: 999
Единый государственный экзамен, 2010 г. МАТЕМАТИКА, 11 класс.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

C3 Решите неравенство $\dfrac{2\log_{2^{x-1}}|x|}{\log_{2^{x-1}}(x+7)}\le\dfrac{\log_3(x+12)}{\log_3(x+7)}$.

Решение.

Решения неравенства будем искать на множестве $\begin{cases} x\ne 0, \\ x\ne 1, \\ x>-7, \\ x\ne -6. \end{cases}$

При этих условиях неравенство равносильно неравенству

$$\log_{x+7}x^2\le\log_{x+7}(x+12).$$

При $-7<x<-6$ получим неравенство $x^2-x-12\ge 0$, которое выполняется для всех $x<-6$.

При $x>-6$ получим неравенство $x^2-x-12\le 0$, откуда $3\le x\le 4$.

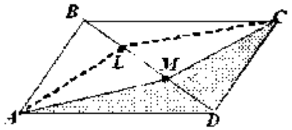
Решение данного неравенства: $(-7;-6)$; $[-3;0)$; $(0;1)$; $(1;4]$.

Ответ: $(-7;-6)$; $[-3;0)$; $(0;1)$; $(1;4]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	3
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом точек	2
Полученный ответ неверен, но решение содержит переход от исходного неравенства к верным рациональным неравенствам	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

© 2010 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации
Копирование не допускается

C4 Дан параллелограмм $ABCD$. Точка M лежит на диагонали BD и делит её в отношении 1:2. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если площадь четырехугольника $ABCM$ равна 60.



Решение. Возможны два случая: 1) $BM=\frac{2}{3}BD$ и 2) $BM=\frac{1}{3}BD$. Пусть точки L и M делят BD на три равные части. Тогда диагональ BD и отрезки AL, AM, CM, CL делят параллелограмм на шесть частей одинаковой площади. Поэтому в первом случае площадь параллелограмма $ABCD$ в три раза больше площади четырехугольника $ABCM$ и равна 180. Во втором случае площадь параллелограмма $ABCD$ в полтора раза больше площади четырехугольника $ABCM$ и равна 90.

Ответ: 180 и 90.

Содержание критерия	**Баллы**
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации, и получен правильный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, в которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

C5 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $36^x-(8a+5)\cdot 6^x+16a^2+20a-14=0$ имеет единственное решение.

Решение.

Сделаем замену $6^x=t$. Тогда уравнение примет вид $t^2-(8a+5)\cdot t+16a^2+20a-14=0$.

Вычислим дискриминант: $(8a+5)^2-4\cdot\left(16a^2+20a-14\right)=81$ – уравнение имеет два корня: $t=4a-2$ или $t=4a+7$.

Чтобы исходное уравнение имело единственный корень, один корень квадратного уравнения должен быть положительным, а второй – неположительным.

При $a=-\frac{7}{4}$ получаются корни $4a-2<0$ и $4a+7=0$, т.е. исходное уравнение не имеет корней.

При $a=\frac{1}{2}$ получаются корни $4a-2=0$ и $4a+7=9$, т.е. исходное уравнение имеет единственный корень.

Чтобы квадратное уравнение имело один корень положительный, а другой отрицательный: $16a^2+20a-14<0$, откуда $a\in\left(-\frac{7}{4};\frac{1}{2}\right)$.

Исходное уравнение имеет единственное решение при $a\in\left(-\frac{7}{4};\frac{1}{2}\right]$.

Ответ: при $a\in\left(-\frac{7}{4};\frac{1}{2}\right]$.

Содержание критерия	**Баллы**
Обоснованно получен правильный ответ	4
Получен верный ответ. Решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, не описаны необходимые свойства функции), либо содержит вычислительные ошибки	3
Верно рассмотрены все случаи единственности корня исходного уравнения. При составлении или решении условий на параметр допущены ошибки, в результате которых в ответе либо приобретены посторонние значения, либо часть верных значений потеряна	2
Хотя бы в одном из случаев единственности корня исходного уравнения составлено верное условие на параметр	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C6 Найдите все целые неотрицательные значения n и k, которые удовлетворяют уравнению $k^5+5n^4=81k$.

Решение. Из уравнения следует: $81k-k^5=5n^4\geq 0$. Значит, $0\leq k\leq 3$.
Если $k=0$, то $n=0$.
Если $k=1$, то $n=\pm 2$. Удовлетворяет условию только $n=2$
Если $k=2$, то $5n^4=81\cdot 2-2^5=130$, что невозможно при целых n.
Если $k=3$, то $n=0$.
Ответ: $k=0$, $n=0$; $k=1$, $n=2$; $k=3$, $n=0$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
Ответ правилен, но недостаточно обоснован, например, правильно произведен перебор целых значений одной из переменных, но не объяснено, почему исключены некоторые полученные значения другой переменной	3
Ответ содержит хотя бы одну правильную пару чисел. В решении верно найдены ограничения на одну из переменных	2
Приведена правильная пара и проверено, что она подходит в уравнение	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0