

C 5

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = -x^2 + 8|x-a| + 2x$ на отрезке $[-7; 7]$ не принимается ни на одном из концов этого отрезка

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 6x + 8a, & (1) \ x < a \\ -x^2 + 10x - 8a, & (2) \ x \geq a \end{cases}$$

Эскиз графика данной функции изображен на рисунке 1

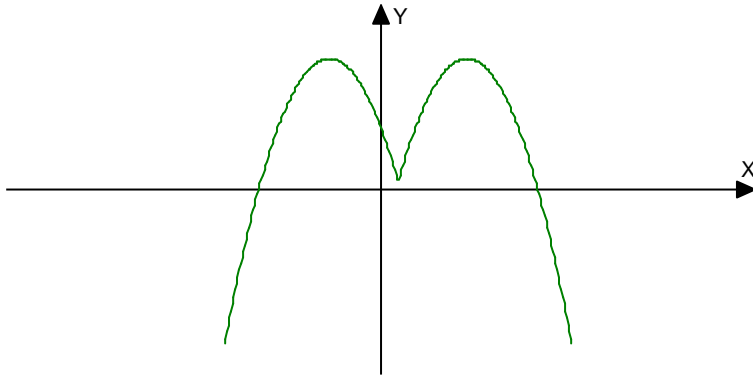


Рис.1

Рассмотрим все возможные расположения графика исходной функции относительно отрезка $[-7; 7]$ рис 2-5

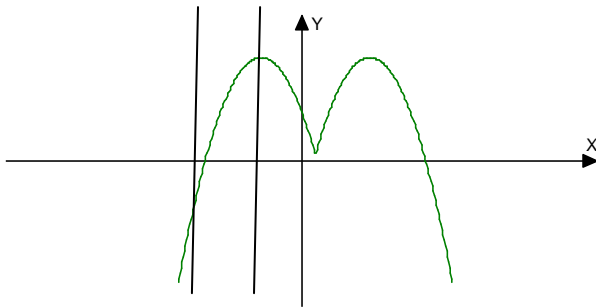


Рис 2

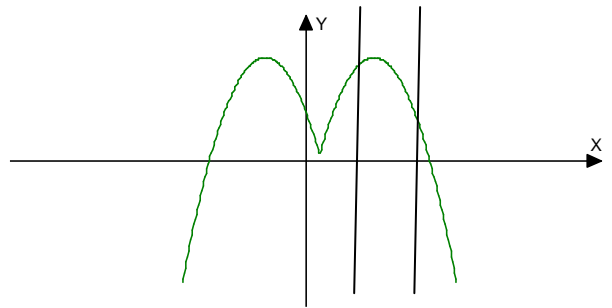


рис 3

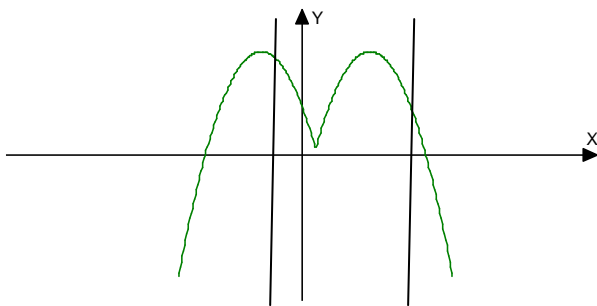


Рис 4

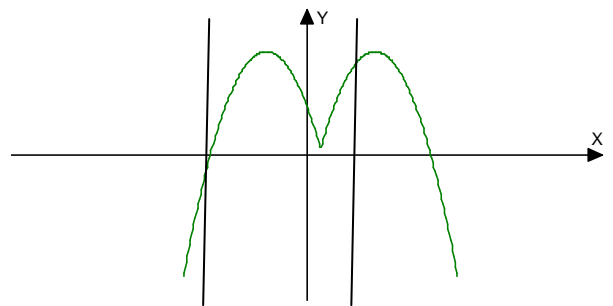


рис 5

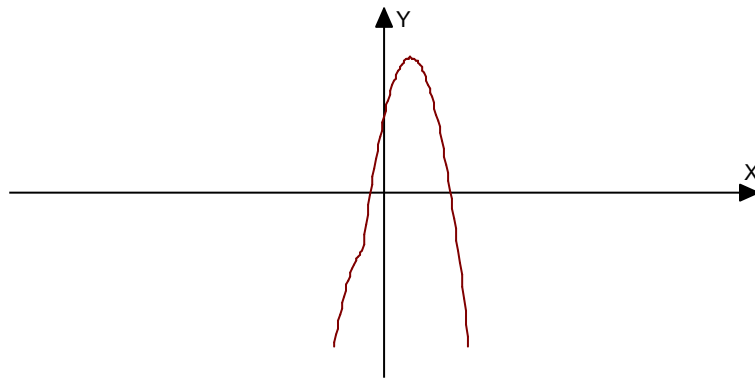


Рис 6

Для того чтобы случаи, изображенные на рисунке 2-3 не попали общее решение, достаточно обеспечить условие, что $-7 < a < 7$. Для того, чтобы случаи 4-5 не попали искомое решение запишем следующую систему :

$$\begin{cases} -7 < a < 7 \\ f(a) < f(7) \\ f(a) < F(-7) \end{cases}$$

И к этой системе добавить ещё 2 условия: $x_1 < a < x_2$ где x_1 и x_2 вершины парабол описанных выше (самая первая система)

Таким образом собрав все эти условия получим искомый ответ