$a, f(b), f(b+f(a)-1)$ образуют треугольник.

В решении далее буду использовать следующие факты без комментариев:

Если $x<y$ где x, y - натуральные, то $x \le y-1$

Если одна из сторон треугольника с натуральными длинами равна 1, то две остальные стороны равны между собой.

Итак начнем.

1. Возьмем *a*=1. Тогда $f(b)=f(b+f(1)-1)$. Если $f(a)>1$, то получаем, что функция периодическая (хотя с точки зрения школьного учебника это не так). Значит множество значений состоит из конечного числа значений. Взяв *a* достаточно большим, например как сумму всех значений функции, получаем отсутствие возможности построения треугольника.
2. Значит $f(1)=1$. Возьмем $b=1$. Тогда имеем набор $a, f(b)=1, f(f(a))$. Значит $f(f(a))=a$.
3. Возьмем $b=f(2)$, $a=2$. Тогда имеем набор $2, 2, f(2f(2)-1)$. $f(2f(2)-1)\le 3$. Перебираем случаи $f(2f(2)-1)\le 3$. Если $f(2f(2)-1)=1$, то $f(f(2f(2)-1))=f(1)=1$, $2f(2)-1=1$, $f(2)=1$, $2=f(f(2))=f(1)=1$. Такое же противоречие получается и при рассмотрении случая $f(2f(2)-1)=2$. Значит $f(2f(2)-1)=3.$ или $f(3)=2f(2)-1$
4. Аналогичны рассуждения приводят к формулам $f(4)=3f(2)-2$, $f(5)=4f(2)-3$
5. Делаем гипотезу: $f(n)=(n-1)f(2)-(n-2)$. Доказываем по индукции: Берем $a=k-1$, $b=f(2)$. Получаем $f(f(2)+f(k-1)-1)\le k$. Пусть $f(f(2)+f(k-1)-1)=t<k$. Тогда $f(2)+f(k-1)-1=f(t)$. После подстановки формул для $f(k-1)$ и $f(t)$ получаем после преобразований $f(2)(k-t)=k-t$ - противоречие. Значит $f(k)=(k-1)f(2)-(k-2)$,
6. Теперь можем найти $f(2)$, $f(3)=2x-1$. $3=f(f(3))=(2x-2)x-(2x-3)$. $x=2$
7. Искомая функция: $f(x)=x$.