

Задача 2.

$$f(x) = \cos 4\pi x + p \sin^2 \pi x - 1 = 2\cos^2 2\pi x - 1 + p \left(\frac{1 - \cos 2\pi x}{2} \right) - 1 = 2t^2 - \frac{p}{2}t + \frac{p}{2} - 2.$$

$-1 \leq t \leq 1$. Надо найти максимум квадратичной функции на отрезке. Он достигается в одном из концов отрезка.

$$t = -1 \quad \text{Значение равно} \quad 2 + \frac{p}{2} + \frac{p}{2} - 1$$

$$t = 1 \quad \text{Значение равно} \quad 2 - \frac{p}{2} + \frac{p}{2} - 1. \quad \text{Максимум должен быть при} \quad x_0 = -1, \quad \text{т. е.} \quad t = 1.$$

Ответ: $p \leq 0$.