С6 Решение №2. (решение №1 выложено на сайте)
http://www.problems.ru/view_problem_details_new.php?id=77873)

Запишем уравнение в исходном виде: $(\frac{1}{n})^k = (\frac{1}{k})^n$.

Выполним несложные преобразования (приведение к наименьшему общему знаменателю), и ,учитывая, что уравнение решается в натуральных числах, т.е n,m ϵ N можно записать его в следующем виде:

$$\boldsymbol{k^n = n^k}$$

Выполним решение получившегося уравнения, учитывая, что **k<n.**

Несложно заметить, что $\frac{\boldsymbol{k^n}}{\boldsymbol{n^k}} = \boldsymbol{1}$, а , значит **k**$\vdots$ $\boldsymbol{n}$

Составим следующую таблицу куда включим все вариации на которые могут оканчиваться выражения k^n и n^k, с помощью неё мы выясним в каких случаях будет возможно искомое равенство:

Цифры на которые оканчивается k \ **Цифры, на которые оканчивается n**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	4	8	6	2	4	6	8	2
3	3	9	7	1	3	9	7	1	3
4	4	6	4	6	4	6	4	6	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	9	3	1	7	9	3	1	7
8	8	4	2	6	8	4	2	6	8
9	9	1	9	1	9	1	9	1	9

Как видно из таблицы Оба числа k^n и n^k будут оканчиваться на одну и ту же цифру только в 2х случаях

1) К оканчивается на 2 n оканчивается на 4 (или наоборот)
2) К оканчивается на 4 n оканчивается на 6 (или наоборот)

Итак, мы сузили круг для отбора решений. Это несомненно поможет нам вдальнейшем . Теперь применим следющий переход. Т.к числа k^n и n^k положительные, то можем извлечь корень n-ой степени из обеих частей уравнения $k^n = n^k$, тогда получим, что k=$\sqrt[n]{n^k}$ Примем к за некотрую натуральную константу и рассмотрим две функции F(n)=k – прямая, параллельная оси n связанной с n и F(n), и G(n)= $\sqrt[n]{n^k}$. Так как по условию n- натуральное число, то функция G(n)- монотонно возрастающая функция на всей области определния, а значит графики функций F(n) и G(n) пересекаются лишь в одной точке. Выполняя ограниченный подбор, при помощи таблицы сделанной выше, и учитывая, что k<n, получаем, что единственная пара чисел удовлетворяющих условию k=2, n=4.

Ответ k=2, n=4

P.s : Решение основано лишь на простейших свойствах функции (монотонность) и на переборе. Эти приёмы доступны любому школьнику. На сайте проблемз.RU выложено решение в использованием основной теоремы арифметики, который знает далеко не каждый.