

$$\frac{\log_{7^{x+3}} 49}{\log_{7^{x+3}} (-49x)} \leq \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^x} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\log_7 49}{\log_7 (-49x)} \leq \frac{1}{\log_7 (-x)} \\ 7^{x+3} \neq 1 \end{cases}$$

Решим первое неравенство системы.

$$\frac{\log_7 49}{\log_7 (-49x)} \leq \frac{1}{\log_7 (-x)} \Leftrightarrow \frac{2}{2 + \log_7 (-x)} \leq \frac{1}{\log_7 (-x)}.$$

Пусть $\log_7 (-x) = t$, тогда

$$\frac{2}{2+t} \leq \frac{1}{t} \Leftrightarrow \frac{t-2}{t(t+2)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < -2 \\ 0 < t \leq 2 \end{cases}.$$

Делая обратную замену, получим

$$\begin{cases} \log_7 (-x) < -2 \\ 0 < \log_7 (-x) \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{49} < x < 0 \\ -49 \leq x < -1 \end{cases}$$

Второе неравенство системы $7^{x+3} \neq 1 \Leftrightarrow x \neq -3$.

Ответ $x \in [-49; -3) \cup (-3; -1) \cup \left(-\frac{1}{49}; 0\right)$.